

# МОДЕЛЬ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ КОНЕЧНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

Павлов Павел Александрович, к.ф.–м.,н., доцент

Штепа Владимир Николаевич, д.т.н., доцент

Полесский государственный университет

Pavlov Pavel, PhD, [pavlov.p@polessu.by](mailto:pavlov.p@polessu.by)

Shtepa Vladimir Nikolayevich, D.Sc., [shtepa.v@polessu.by](mailto:shtepa.v@polessu.by)

Polesky State University

*В статье предложена математическая модель интеллектуальной масштабируемой распределенной микросети и получены математические соотношения для вычисления точных значений общего времени выполнения множества параллельных процессов, возникающих при взаимодействии конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями.*

Проектирование и создание эффективных взаимно–интегрированных распределенных microgrid и компьютерных систем управления прежде всего связано с математическим моделированием функционирования сложных многокомпонентных систем, разработкой принципов синтеза структур таких систем, определением процедур анализа их эффективности и оптимальности, расчетом оптимальных технических характеристик источников microgrid, характеристик оптимальной организации выполнения большого числа параллельных процессов, определением границ эффективности и оптимальности их взаимодействия, количественной и качественной оценки различных стратегий управления такими процессами, развитием управляющих алгоритмов и численных методов, созданием системного и прикладного программного обеспечения с учетом конкретных условий функционирования microgrid.

Одной из центральных в этих направлениях и во многом объединяющая их является проблема оптимального распределения ресурсов microgrid. Это порождает, в свою очередь, множество конкурирующих за их использование процессов. Поэтому, от успешного решения проблем оптимальной организации выполнения множества конкурирующих процессов, зависит работоспособность, надежность и эффективность микроэлектросистем в целом.

Математическая модель интеллектуальной масштабируемой распределенной микросети включает в себя:  $n \geq 2$  – количество источников распределенной генерации электрической энергии;  $p \geq 2$  – количество конечных потребителей электроэнергии;  $s \geq 2$  – количество порций (блоков) структурированных конкурирующих потоков электроэнергии от источников распределенной генерации с учетом ценовых диапазонов;  $T = [t_{ij}]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, s}$  – матрицу времен передачи электрической энергии  $i$ –м источником из  $j$ –го ценового диапазона;  $C = [c_{ij}]_{n \times s}$  – матрицу стоимости единицы электроэнергии из  $j$ –го ценового диапазона при генерации  $i$ –м источником;  $\varepsilon > 0$  – параметр, характеризующий системное время, затрачиваемое Smart Grid на

организацию параллельной передачи электрической энергии от  $n$  источников  $p$  конечным потребителям.

Будем считать, что взаимодействие конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями подчинено следующим условиям:

- 1) ни один из источников порцию электроэнергии не может передавать одновременно более чем одному потребителю;
- 2) ни один из конечных потребителей не может принимать одновременно более одной порции электрической энергии от источников распределенной генерации;
- 3) передача (прием) каждой порции электроэнергии осуществляется без прерываний;
- 4) распределение порций электрической энергии от источников распределенной генерации конечным потребителям компьютерной системой осуществляется циклически по правилу: блок с номером  $j = kp + i$ ,  $j = \overline{1, s}$ ,  $i = \overline{1, p}$ ,  $k \geq 0$ , передается потребителю с номером  $i$ ;
- 5) для каждого конечного потребителя момент завершения получения порции энергии от  $l$ -го источника совпадает с моментом начала получения электрической энергии от  $(l + 1)$ -го источника распределенной генерации,  $l = \overline{1, n - 1}$ .

Условия 1–5 определяют *синхронный режим*, обеспечивающий непрерывное получение электрической энергии всеми конечными потребителями от источников распределенной генерации (рис. 1).

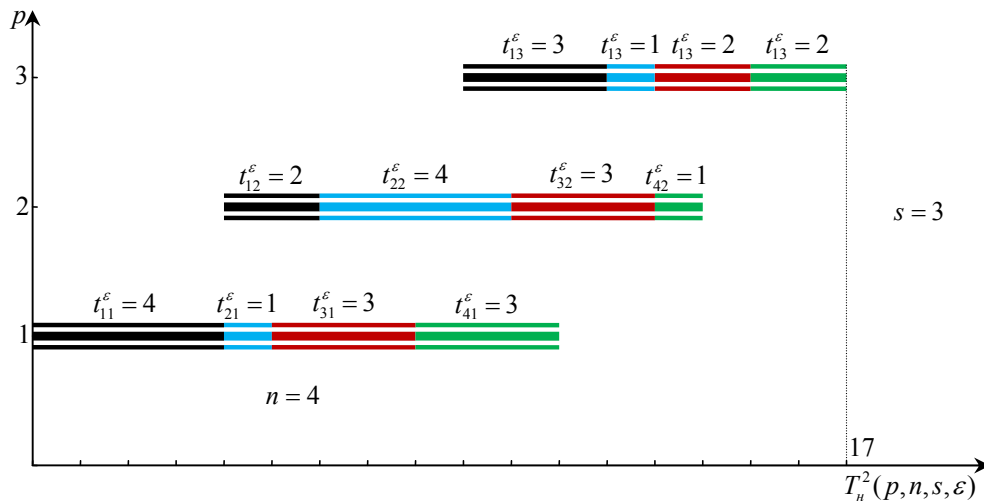


Рисунок 1 – Синхронный режим взаимодействия 4 распределенных источников электрической энергии и 3 конечных потребителей

Распределенную микросеть будем называть *неоднородной*, если времена передачи электрической энергии конечным потребителям разные для разных источников.

Получение математических соотношений для вычисления точных значений общего времени выполнения множества параллельных процессов, возникающих при взаимодействии конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями, позволит в реальном времени оптимально управлять любыми сегментами микросети, планировать подключение новых объектов, оперативно перераспределять потоки электроэнергии, обрабатывать большие массивы информации.

Будем рассматривать  $n \geq 2$  *неоднородных* распределенных источников, которые конкурируют за передачу электрической энергии  $p \geq 2$  конечным потребителям, причем передача электроэнергии осуществляется блоками  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$ . Задача состоит в нахождении мини-

мального общего времени  $T_n^2(p, n, s, \varepsilon)$  передачи  $n$  источниками электрической энергии  $p$  потребителям в условиях непрерывного обеспечения энергией последних. Рассмотрим следующие случаи.

а) В случае, когда число блоков структурированных потоков электрической энергии равно числу конечных потребителей, т.е.  $s = p$ , для нахождения величины  $T_n^2(p, n, s, \varepsilon)$  получим формулу:

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{p-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^n t_{ip}^\varepsilon. \quad (1)$$

Здесь  $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$  –  $n \times s$  – матрица времен передач блоков электрической энергии  $i$  – м источником из  $j$  – го ценового диапазона с учетом накладных расходов  $\varepsilon$ .

Величины  $\max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right]$ ,  $j = \overline{1, p-1}$ , определяют моменты начала передачи

электроэнергии источниками потребителям, начиная со второго, а  $\sum_{i=1}^n t_{ip}^\varepsilon$  – время обеспечения электрической энергией последнего  $p$  – го потребителя всеми источниками.

**Пример 1.** Пусть имеется  $n = 4$  неоднородных распределенных альтернативных источника, которые конкурируют за передачу электрической энергии  $p = 3$  потребителям. Каждый поток структурирован на  $s = 3$  ценовых блока. Матрица времен передачи электроэнергии источ-

никами конечным потребителям с учетом системного времени имеет  $\varepsilon$  вид  $T^\varepsilon = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

Согласно формуле (1) минимальное общее время передачи будет равно:

$$T_n^2(p = 3, n = 4, s = 3, \varepsilon) = \sum_{j=1}^2 \max_{1 \leq v \leq 4} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^4 t_{i3}^\varepsilon = 4 + 5 + 8 = 17.$$

б) Рассмотрим случай, когда число конечных потребителей микроэлектросистемы больше числа блоков структурированных энергопотоков ( $s < p$ ). В этом случае выполним разбиение множества потребителей на  $k + 1$  группу по  $s$  потребителей в каждой, т. е.  $p = ks + r$ ,  $k \geq 1$ ,  $1 \leq r < s$ . Если  $p$  не кратно  $s$ , то в последней группе будет только  $r$  потребителей. Результирующая матрица  $RM$  времен передачи электроэнергии источниками конечным потребителям будет состоять из  $k + 1$  матриц  $T^\varepsilon$ , причем  $k + 1$  матрица будет содержать только  $r$  первых столбцов:

$$RM = [t_{ij}^\varepsilon]_{n \times p} = \begin{bmatrix} t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{1s}^\varepsilon & t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{1s}^\varepsilon & \dots & t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{1r}^\varepsilon \\ t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{2s}^\varepsilon & t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{2s}^\varepsilon & \dots & t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{2r}^\varepsilon \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{n1}^\varepsilon & t_{n2}^\varepsilon & \dots & t_{ns}^\varepsilon & t_{n1}^\varepsilon & t_{n2}^\varepsilon & \dots & t_{ns}^\varepsilon & \dots & t_{n1}^\varepsilon & t_{n2}^\varepsilon & \dots & t_{nr}^\varepsilon \end{bmatrix}$$

С учетом формулы (1) минимальное общее время обеспечения  $n$  альтернативными источниками электрической энергии  $p$  конечных потребителей при условии  $s < p$  будет определяться из выражения:

$$T_n^2(p = ks + r, n, s, \varepsilon) = kT_n^2(s, n, s, \varepsilon) + kT_n^2(1, n, 1, \varepsilon) + T_n^2(r, n, r, \varepsilon), \quad (2)$$

где

$$T_n^2(s, n, s, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right], \quad T_n^2(1, n, 1, \varepsilon) = \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{is}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i1}^\varepsilon \right], \quad (3)$$

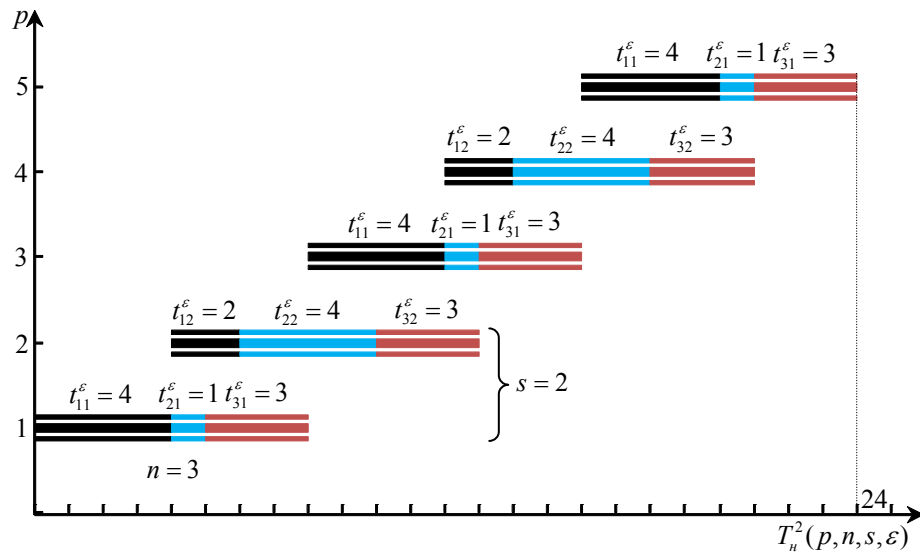
$$T_n^2(r, n, r, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{r-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^n t_{ir}^\varepsilon.$$

**Пример 2.** Пусть  $p = 5$ ,  $n = 3$ ,  $s = 2$ ,  $T^\varepsilon = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ . Т. к.  $p = 2s + 1$ , то  $k = 2$ ,

$r = 1$  и результирующая матрица будет иметь вид:  $RM = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ .

Согласно формуле (2) минимальное общее время передачи составит (рис. 2):

$$T_n^2(p = 5, n = 3, s = 2, \varepsilon) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 8 = 24.$$



**Рисунок 2.** – Функционирование microgrid при  $p = 5$ ,  $n = 3$ ,  $s = 2$

в) Пусть число блоков структурированных конкурирующих потоков электроэнергии  $s \geq 2$  больше числа конечных потребителей микроэнергосистемы  $p \geq 2$ , т. е. является ограниченным ( $s > p$ ). Тогда произведем разбиение множества блоков на  $k + 1$  группу по  $p$  блоков в каждой, за исключением последней, которая при  $S$  не кратно  $p$  будет содержать  $r$  блоков:

$s = kp + r$ ,  $k \geq 1$ ,  $1 \leq r < p$ . Это равносильно разбиению исходной матрицы времен передачи электрической энергии  $i$ -м источником из  $j$ -го ценового диапазона с учетом системных расходов  $\varepsilon > 0$   $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, s}$ , на  $k + 1$  подматрицу по  $p$  столбцов в каждой, причем подматрица  $k + 1$  в случае, когда  $s$  не кратно  $p$ , будет содержать  $r$  столбцов.

Рассмотрим частный случай, когда  $s$  кратно  $p$ , т. е.  $s = kp$ ,  $k > 1$ . Учитывая, что число блоков больше числа потребителей в  $k$  раз, выполним разбиение множества блоков на  $k$  групп по  $p$  блоков в каждой. Следовательно, исходная матрица времен передачи электрической энергии  $T^\varepsilon$  разобьется на  $k$  подматриц по  $p$  столбцов в каждой. Взаимодействие конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями с учетом времен передачи электрической энергии для  $l$ -й группы,  $l = \overline{1, k}$ , можно изобразить в виде линейных диаграмм Ганта, каждая из которых отображает во времени передачу  $p$  блоков различных ценовых диапазонов  $n$  конкурирующими альтернативными источниками  $p$  конечным потребителям.

На рис. 3 приведены несомещенные диаграммы Ганта для случая  $p = 3$ ,  $n = 4$ ,  $s = 9$  и

$$T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]_{4 \times 9} = \begin{bmatrix} t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{19}^\varepsilon \\ t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{29}^\varepsilon \\ t_{31}^\varepsilon & t_{32}^\varepsilon & \dots & t_{39}^\varepsilon \\ t_{41}^\varepsilon & t_{42}^\varepsilon & \dots & t_{49}^\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

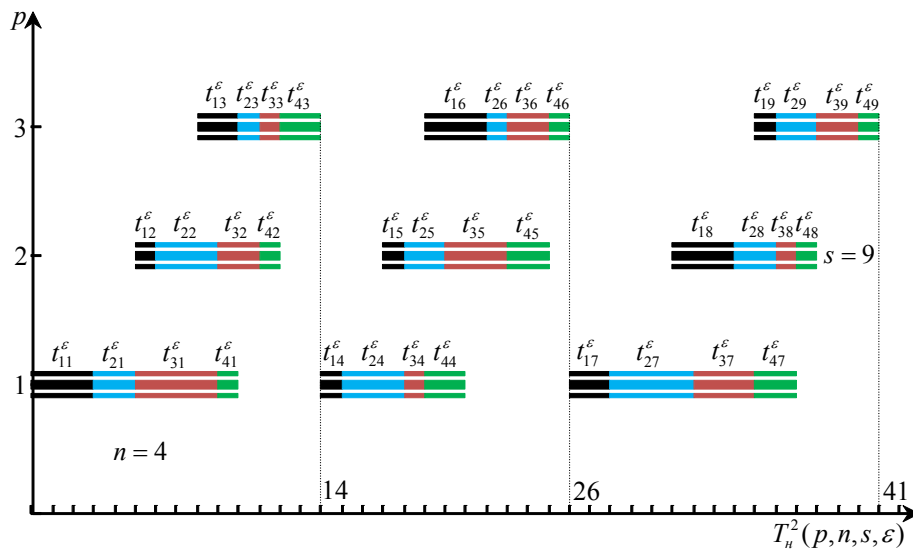


Рисунок 3. – Несомещенная диаграмма Ганта

Время  $T_n^2(p=3, n=4, s=9, \varepsilon)=41$  передачи источниками электрической энергии потребителям можно существенно сократить, если воспользоваться приемом совмещения последовательных диаграмм Ганта по оси времени справа налево (рис. 4).

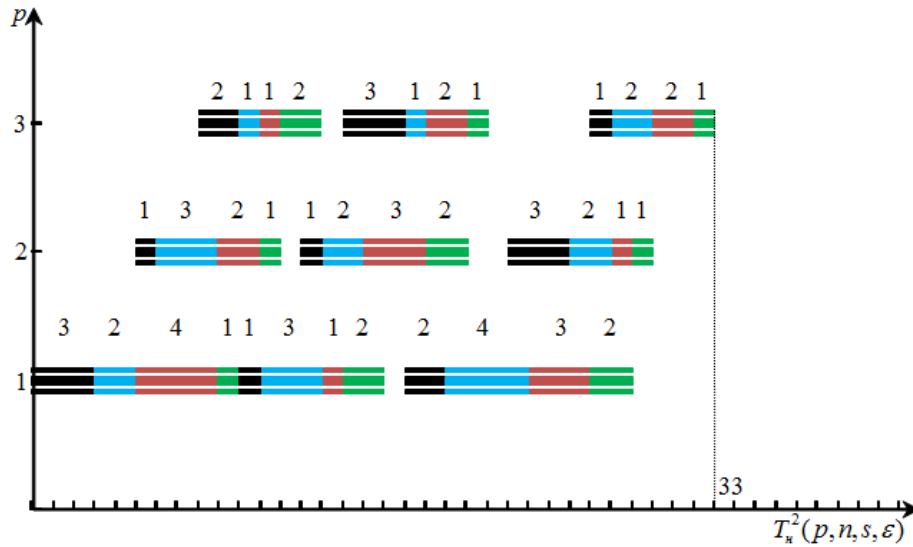


Рисунок 4. – Совмещенная диаграмма Ганта

В дальнейшем будем использовать следующие обозначения:

- $t_{ij}^{\varepsilon, l} = t_{ij}^l + \varepsilon = t_{i, (l-1)p+j} + \varepsilon$  – времена передачи порции электрической энергии из  $j$ -го ценового диапазона  $i$ -м источником в  $l$ -й группе блоков с учетом параметра  $\varepsilon$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, s}$ ,  $l = \overline{1, k}$ ;
- $T_l^{\varepsilon}$  – общее время передачи  $l$ -й группы блоков электрической энергии  $p$  потребителям всеми  $n$  источниками  $l = \overline{1, k}$ ;
- $E_{ij}^{\varepsilon, l}$  – время завершения передачи  $j$ -го блока  $i$ -м источником в  $l$ -й группе блоков,  $l = \overline{1, k}$ .

В силу формулы (1) для вычисления  $T_l^{\varepsilon}$  и  $E_{ij}^{\varepsilon, l}$  получим следующие соотношения:

$$T_l^{\varepsilon} = \sum_{j=1}^{p-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^{\varepsilon, l} - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i, j+1}^{\varepsilon, l} \right] + \sum_{i=1}^n t_{ip}^{\varepsilon, l}, \quad (4)$$

$$E_{ij}^{\varepsilon, l} = \sum_{w=1}^{j-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{q=1}^v t_{qw}^{\varepsilon, l} - \sum_{q=1}^{v-1} t_{q, w+1}^{\varepsilon, l} \right] + \sum_{q=1}^i t_{qj}^{\varepsilon, l}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, p}, \quad l = \overline{1, k}.$$

Кроме того, через  $B_{lj}^{\varepsilon, l}$  будем обозначать время начала передачи  $j$ -го блока в  $l$ -й группе первым источником:

$$B_{lj}^{\varepsilon, l} = \sum_{w=1}^{j-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{q=1}^v t_{qw}^{\varepsilon, l} - \sum_{q=1}^{v-1} t_{q, w+1}^{\varepsilon, l} \right], \quad j = \overline{1, p}. \quad (5)$$

Из анализа последовательных диаграмм Ганта (рис. 3, рис. 4) вытекает, что:

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) = T_n^2(p, n, kp, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \Omega, \quad (6)$$

где  $T_l^\varepsilon$  находится по формулам (4), а величина  $\Omega$  является величиной максимально допустимого суммарного совмещения соседних диаграмм по оси времени. Имеет место следующая лемма.

**Лемма.** Величина  $\Omega$  максимально допустимого суммарного совмещения соседних диаграмм Ганта по оси времени определяется из соотношения:

$$\Omega \geq \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l', \omega_l''\}, \quad (7)$$

где

$$\omega_l' = \min_{1 \leq j \leq p} \{T_l^\varepsilon - E_{nj}^{\varepsilon, l} + B_{lj}^{\varepsilon, l+1}\}, \quad \omega_l'' = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{q=1}^{i-1} t_{q1}^{\varepsilon, l+1} + \sum_{q=i+1}^n t_{qp}^{\varepsilon, l} \right\}, \quad l = \overline{1, k-1}. \quad (8)$$

Здесь  $\omega_l'$  и  $\omega_l''$  представляют собой отрезки максимально допустимого совмещения по оси времени  $l$ -й и  $(l+1)$ -й диаграмм.

В формуле (7) стоит знак не строгого равенства, так как каждое значение  $\min\{\omega_l', \omega_l''\}$ ,  $l = \overline{1, k-1}$ , учитывает только величину максимально допустимого совмещения по оси времени между парами соседних диаграмм Ганта, но не всегда учитывает возможные совмещения между подряд идущими группами блоков электроэнергии, передающихся одному и тому же потребителю в двух соседних диаграммах. На рис. 3 и рис. 4 приведен пример, когда имеет место равенство, а на рис. 5 и рис. 6 когда имеет место неравенство.

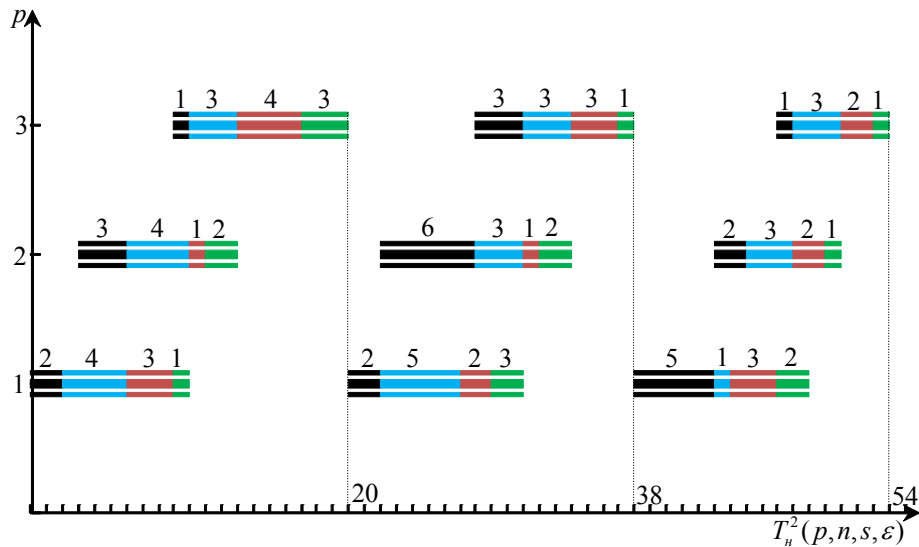


Рисунок 5. – Несовмещенная диаграмма Ганта

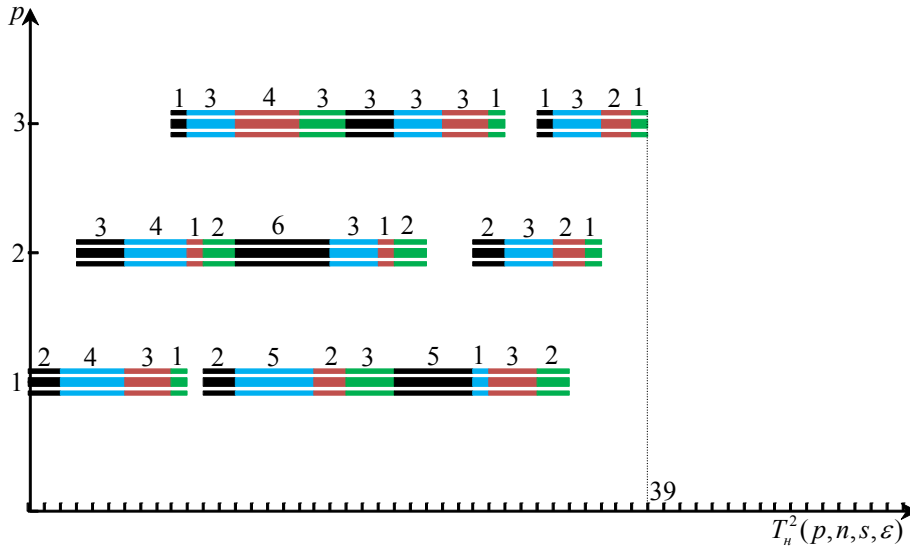


Рисунок 6. – Совмещенная диаграмма Ганта

С учетом исходных данных, приведенных на рис. 3 и рис. 4, а также формул (7) и (8) леммы величина  $\Omega$  принимает точное значение, равное:

$$\Omega = \sum_{l=1}^2 \min\{\omega_l', \omega_l''\} = \min\{4, 4\} + \min\{5, 4\} = 8,$$

$$\text{так как } \omega_1' = \min_{1 \leq j \leq 3}\{4, 5, 5\} = 4, \quad \omega_1'' = \min_{1 \leq i \leq 4}\{4, 4, 6, 5\} = 4, \quad \omega_2' = \min_{1 \leq j \leq 3}\{5, 6, 9\} = 5,$$

$$\omega_2'' = \min_{1 \leq i \leq 4}\{4, 5, 7, 9\} = 4.$$

С учетом исходных данных, приведенных на рис. 5 и рис. 6, величина  $\Omega$  также определяется из неравенства (7) и равна 14 единицам времени. Но, учитывая возможное совмещение групп блоков второй и первой диаграмм, передающихся первому потребителю, появляется дополнительный резерв времени в 1 единицу для последующего совмещения третьей и второй диаграмм. В результате величина  $\Omega$  суммарного максимально допустимого совмещения составит 15 единиц времени.

Подставляя далее значение  $T_l^\epsilon$  из (3) в (6) и в силу леммы, получаем оценку для вычисления  $T_n^2(p, n, kp, \epsilon)$  вида:

$$T_n^2(p, n, kp, \epsilon) \leq \sum_{l=1}^k T_l^\epsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l', \omega_l''\}. \quad (9)$$

Для случая, когда  $S$  не кратно  $p$ , т. е.  $S = kp + r$ ,  $k \geq 1$ ,  $1 \leq r < p$ , общее время  $T_n^2(p, n, kp + r, \epsilon)$  передачи  $n$  источниками электрической энергии  $p$  потребителям в условиях второго синхронного режима определяется по формуле:

$$T_n^2(p, n, kp + r, \epsilon) \leq \sum_{l=1}^k T_l^\epsilon + T_{k+1}^\epsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l', \omega_l''\} - \min\{\omega_k', \omega_k''\}, \quad (10)$$

где  $T_{k+1}^\epsilon$ ,  $\omega_k'$ ,  $\omega_k''$  находятся по формулам:

$$T_{k+1}^\epsilon = \sum_{j=1}^{r-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^{\epsilon, k+1} - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i, j+1}^{\epsilon, k+1} \right] + \sum_{i=1}^n t_{ir}^{\epsilon, k+1}, \quad (11)$$



$$\omega_k' = \min_{1 \leq j \leq r} \{T_k^\varepsilon - E_{nj}^{\varepsilon,k} + B_{1j}^{\varepsilon,k+1}\}, \quad \omega_k'' = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{q=1}^{i-1} t_{q1}^{\varepsilon,k+1} + \sum_{q=i+1}^n t_{qp}^{\varepsilon,k} \right\}. \quad (12)$$

**Теорема.** В условиях взаимодействия источников распределенной генерации электроэнергии с конечными потребителями во втором синхронном режиме, для любых параметров интеллектуальной масштабируемой неоднородной микросети  $p \geq 2, n \geq 2, s \geq 2, \varepsilon > 0$ , минимальное общее время  $T_n^2(p, n, s, \varepsilon)$  передачи электрической энергии определяется по формулам:

$$\begin{aligned} T_n^2(p, n, s, \varepsilon) &= \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[ \sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^n t_{is}^\varepsilon \text{ при } s = p, \\ T_n^2(p, n, s, \varepsilon) &= kT_n^2(s, n, s, \varepsilon) + kT_n^2(1, n, 1, \varepsilon) + T_n^2(r, n, r, \varepsilon) \text{ при } s < p, \\ T_n^2(p, n, s, \varepsilon) &\leq \begin{cases} \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l', \omega_l''\}, & \text{при } s = kp, \quad k > 1, \\ \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon + T_{k+1}^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l', \omega_l''\} - \min\{\omega_k', \omega_k''\}, \\ \text{при } s = kp + r, \quad k \geq 1, \quad 1 \leq r < p, \end{cases} \end{aligned}$$

где  $T_n^2(s, n, s, \varepsilon)$ ,  $T_n^2(1, n, 1, \varepsilon)$  и  $T_n^2(r, n, r, \varepsilon)$  определяются по формулам (3),  $T_l^\varepsilon$  – по формуле (4),  $\omega_l'$  и  $\omega_l''$  – по формулам (8),  $T_{k+1}^\varepsilon$  – по формуле (11),  $\omega_k'$  и  $\omega_k''$  – по формулам (12).

В заключении хотелось бы отметить, что создание современных энергетических систем представляет собой довольно сложную научно–техническую проблему, решение которой связано с разработкой архитектур параллельных систем, созданием системного и прикладного программного обеспечения, развитием алгоритмов и численных методов, математическим моделированием функционирования параллельных систем с целью анализа эффективности и оптимальности их функционирования.

В настоящее время в этой области ведутся интенсивные исследования. Однако, понимание ряда аспектов, связанных с параллельными системами, находятся на интуитивном уровне. Это трудные в математическом отношении проблемы по расчету оптимальных характеристик как самих параллельных энергетических систем, так и характеристик оптимальной организации большого числа одновременно взаимодействующих параллельных процессов, вопросы границ эффективности применения методов распараллеливания, количественная и качественная оценка различных стратегий управления параллельными процессами, включая проблемы синхронизации, проблемы создания эффективных параллельных алгоритмов и соответствующего программного обеспечения с учетом характеристик конкретных энергетических систем параллельной обработки данных и др.

#### Список использованных источников

1. Pavlov P.A. The optimality of software resources structuring through the pipeline distributed processing of competitive cooperative processes / P.A. Pavlov // Contemporary problems of mathematics, mechanics and computing sciences. / N.N.Kizilova, G.N.Zholtkevych (eds). – 2011. – Kharkov: Apostrophe. – PP. 192–204.
2. Pavlov P.A. The optimality of software resources structuring through the pipeline distributed processing of competitive cooperative processes / P.A. Pavlov // International Journal of Multimedia Technology (IJMT). – 2012. – Vol.2, №1. – PP. 5–10.

3. Kovalenko N.S., Pavlov P.A., Ovseec M.I. Asynchronous distributed computations with a limited number of copies of a structured program resource / N.S. Kovalenko, P.A. Pavlov, M.I. Ovseec // Cybernetics and systems analysis. – 2012. – Vol.48, №1. – PP. 86–98.

4. Kovalenko N.S., Pavlov P.A. Optimal Grouping Algorithm of Identically Distributed Systems / N.S. Kovalenko, P.A. Pavlov // Programming and Computer Software. – 2012. – Vol.38, №3. – PP. 143–150.